

## Titre : Algèbre homologique, groupes de Coxeter et bimodules de Soergel

**Résumé** : L'objectif de ce cours sera d'introduire les étudiants à des thèmes fondamentaux dans la recherche actuelle en algèbre, et de les préparer au cours de L.-H. Robert du semestre 4 consacré à l'homologie des noeuds. Ce cours traitera 3 sujets :

(1) Algèbre homologique : il s'agit d'un outil crucial utilisé dans des très nombreux domaines de l'algèbre moderne. L'objectif de cette partie du cours sera de comprendre les notions de catégorie abélienne, de foncteurs et de foncteurs dérivés, à travers l'exemple de la catégorie des modules sur un anneau, du produit tensoriel de tels modules, et des foncteurs Ext et Tor.

(2) Groupes de Coxeter : il s'agit d'une classe de groupes qui interviennent dans plusieurs domaines de l'algèbre et de la topologie. Ils peuvent se réaliser comme des sous-groupes d'un groupe linéaire engendré par des réflexions par rapport à des hyperplans. L'exemple central d'un tel groupe est celui du groupe symétrique  $S_n$ .

(3) Bimodules de Soergel : ce thème est plus spécialisé, et combinera les connaissances rassemblées dans les 2 premiers thèmes. Les bimodules de Soergel sont certains bimodules sur des anneaux de polynômes, qui se sont révélés extrêmement utiles pour traiter diverses questions en algèbre et homologie. L'objectif de cette partie du cours sera de comprendre leur définition, et les énoncés de leurs propriétés principales.

### Références :

Pour (1) : C. Weibel, An introduction to homological algebra, Cambridge University Press, 1994

Pour (2) : J. Michel, Lectures on Coxeter groups, notes de cours disponibles sur <https://webusers.imj-prg.fr/~jean.michel/papiers/cox.pdf>

Pour (3) : B. Elias, S. Makisumi, U. Thiel, G. Williamson, Introduction to Soergel bimodules, Springer, 2020